УДК 519.86

# ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА СТРАТЕГИЙ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

© **Д. Н. Протасов**

*Ключевые слова*: динамика развития; экономико-математические модели.

Рассматриваются экономико-математические модели, которые позволяют исследовать динамику развития предприятия в зависимости от выбранных инвестиционных стратегий.

Рассмотрим модель, показывающую взаимосвязь между агрегированными переменными (объем выпуска, стоимость основных производственных фондов и темпы их прироста, общая и чистая прибыль, сумма налоговых отчислений и т. д.), и обобщающую модель $M_1$ [1] по следующим направлениям.

В указанной модели $M_1$ предполагалось, что если доля средств от чистой прибыли $M(t)$ реинвестируемая в развитие промышленного предприятия, составляет величину $\xi$, то оставшаяся часть этой прибыли в размере $(1-\xi)M(t)$ идет на потребление. Однако при реализации инвестиционных проектов, а также в условиях привлечения кредитных ресурсов и разных схем их погашения может возникнуть необходимость накопления средств для выполнения определенных обязательств по погашению кредитной задолженности. В этом случае часть чистой прибыли в размере $(1-\chi)(1-\xi)M(t)$ идет на потребление, а другая – в размере $\chi(1-\xi)M(t)$, где $0 \leqslant \chi \leqslant 1$, идет на «внешние» вложения с использованием имеющихся в распоряжении промышленного предприятия финансовых инструментов. Целесообразность подобной процедуры возникает лишь в том случае, когда доходность от используемых финансовых инструментов выше внутренней инвестиционной доходности предприятия.

В модели $M_1$ считается, что промышленное предприятие может одновременно использовать четыре различных финансово-инвестиционных источника для своего развития: а) собственные средства (часть реинвестируемой прибыли); б) кредиты (предполагается, что кредиты выдаются ежегодно в виде кредитной линии); в) государственная инвестиционная поддержка (предполагается в виде государственного субсидирования кредитов, между величиной кредитов и государственными инвестициями соблюдается известная пропорциональность на всем рассматриваемом промежутке времени); г) доход от внешних инвестиций промышленного предприятия (за счет части свободной прибыли). В моделях, рассмотренных ранее, учитывается либо один, либо два из перечисленных выше источников финансирования.

Отличительной особенностью данной модели являются также условия предоставления и погашения кредита. В данной модели рассматриваются льготные условия кредитования, характерные именно для среднего и малого бизнеса: погашение кредита осуществляется из двух источников – проценты включаются в себестоимость, основной долг компенсируется за счет внешнего инвестирования. Таким образом, внутренняя инвестиционная программа предприятия $\xi M(t)$ сохраняется неизменной.

Кроме того, в отличие от модели $M_1$ в уравнении динамики фондов учитывается процесс их выбытия, связанный с моральным и физическим износом. Данная проблема актуальна для всех современных российских предприятий ввиду значительной изношенности их основных фондов. В описанной ситуации для обеспечения развития промышленного предприятия оказывается важным, во-первых, скорость обновления фондов, во-вторых, размер и условия предоставления кредита (т. е. принятая схема кредитования). Эти условия могут либо благоприятствовать успешному росту и развитию предприятия, либо тормозить темпы его динамики.

Предлагаемая адаптированная модель является в указанном смысле обобщенной и более полно отображает факторы, влияющие на развитие промышленного предприятия. В обобщенной модели промышленного предприятия используются гипотезы:

1) предприятие может развиваться как за счет внутренних источников (прибыли, амортизации), так и за счет государственной поддержки в виде инвестиций; 2) государственная поддержка определяется спросом предприятия на кредиты; 3) основные производственные фонды являются единственным лимитирующим фактором, от которого зависит выпуск продукции; 4) любое предприятие функционирует при неизменной технологии, что предполагает постоянство его фондоотдачи; 5) производственная деятельность описывается однофакторной функцией Леонтьева (темпы развития предприятия характеризуются динамикой основных производственных фондов, которые, в свою очередь, определяются величиной инвестиционных ресурсов, отчислениями от прибыли и величиной финансовой поддержки, а также влиянием внешних факторов с возмущением, прогнозировать которые мы не можем); 6) часть свободной прибыли предприятия размещается в доходные финансовые инструменты; 7) заемные средства привлекаются в виде кредитной линии; 8) основной долг погашается за счет доходов от внешнего инвестирования; 9) учитывается процесс выбытия основных фондов.

С учетом сделанных предположений система соотношений промышленного предприятия для обобщенной адаптированной модели может быть записана следующим образом:

$$P(t) = fA(t); \tag{1}$$

$$M^{\text{об}}(t) = (1-c)P(t) - \widehat{s}\,(t); \tag{2}$$

$$M(t) = M^{\text{об}}(t) - N(t); \tag{3}$$

$$N(t) = \tau_1 P(t) + \tau_2 K_\Lambda (1-\xi) M(t); \tag{4}$$

$$I(t) = \lambda K(t); \tag{5}$$

$$dA/dt = \xi(M(t) - \hat{S}(t)) + (1+\lambda)K(t) - \mu A(t) + \alpha\delta(t); \tag{6}$$

$$t \in [0,T], t_0 \in [0,T), \xi \in [0,1], K_\Lambda \in (0,1];$$

$$\delta(t) = \theta'(t), \theta(t) = \begin{cases} 1 \text{ при } t - t_0 \geqslant 0, \\ 0 \text{ при } t - t_0 < 0, \end{cases}$$

где $P(t)$ — выпуск продукции в момент $t$ в стоимостном выражении; $f$ — показатель фондоотдачи; $A(t)$ — стоимость основных производственных фондов; $c$ — доля удельной себестоимости выпуска продукции в стоимостном выражении; $M^{\text{об}}(t)$ — общая прибыль предприятия; $M(t)$ — чистая прибыль предприятия за вычетом налоговых отчислений; $N(t)$ — сумма налоговых отчислений; $\tau_1$, $\tau_2$ — ставки налогообложения на объем выпуска и прибыль соответственно; $\xi$ — доля чистой прибыли, отчисляемой на реинвестирование,

$0 \leqslant \xi \leqslant 1$; $I(t)$ — внешние инвестиции, полученные предприятием; $K_\Lambda$ — коэффициент, отражающий долю реинвестируемых средств прибыли, не имеющих льгот по налогообложению (не все реинвестируемые средства освобождаются от налогов), характеризующий соотношение общей и чистой прибыли предприятия, и оцениваемый статистическим путем $0 < K_\Lambda \leqslant 1$; $\hat{S}(t)$ и $\hat{s}(t)$ — процентные платежи и размер погашения основного долга соответственно; $\lambda$ — коэффициент соотношения государственного финансирования $I(t)$ и объемов кредитования $K(t)$; $\mu > 0$ — коэффициент выбытия основных фондов; $t$ — время, $T$ — горизонт моделирования; $\alpha$ — величина внешних возмущений; $t_0$ — начальный момент возмущения.

В данной модели предполагается, что величины $\hat{S}(t)$ и $\hat{s}(t)$ являются функциями времени и зависят от принятой схемы кредитования. Предполагаем, что государственная поддержка (инвестирование) пропорциональна кредитам $I(t) = \lambda K(t)$.

Использование гипотезы 8) позволило в значительной мере вывести процесс погашения основного долга за рамки главного направления производственно-финансовой деятельности промышленного предприятия и в максимальной степени сохранить структуру базовой модели $M_1$.

В соотношении (2) сумма процентов $\hat{s}(t)$ учитывается в себестоимости продукции таким образом, что общий размер затрат увеличивается и составляет величину $\left(c + \frac{\widehat{s}\,(t)}{P(t)}\right) P(t)$. Отсюда общая прибыль промышленного предприятия определяется из следующего соотношения:

$$P(t) - \left(c + \frac{\widehat{s}\ (t)}{P(t)}\right) P(t) = (1-c)P(t) - \widehat{s}\ (t).$$

Запишем основное уравнение динамики рассматриваемого объекта, проведя необходимые преобразования. Из соотношений (3) и (4) получим явное выражение для показателя чистой прибыли предприятия $M(t)$.

Так как $[1 + \tau_2 K_\Lambda (1-\xi)] M(t) = (1 - c - \tau_1) P(t) - \widehat{s}\ (t)$, то

$$M(t) = \frac{(1 - c - \tau_1)P(t) - \widehat{s}\ (t)}{1 + \tau_2 K_\Lambda (1-\xi)}.$$

Вводя обозначения $a = \frac{(1-c-\tau_1)f}{1+\tau_2 K_\Lambda (1-\xi)}$ и $b = \frac{1}{1+\tau_2 K_\Lambda (1-\xi)}$, получаем следующую линейную зависимость $M(t)$ от переменных $A(t)$ и $\widehat{s}\ (t)$:

$$M(t) = aA(t) - b\,\widehat{s}\ (t).$$

Подставив (5) в (2) и обозначив $\gamma = \xi a - \mu$ — параметр, определяющий эффективность предприятия и темп его роста, получаем:

$$dA/dt = \gamma A(t) + (1+\lambda)K(t) - \xi(b\hat{s}(t) + \hat{S}(t)) + \alpha\delta(t). \tag{7}$$

Решение линейного дифференциального уравнения (7) зависит от функций $K(t)$, $\hat{S}(t)$ и $\hat{s}(t)$, определяемых условиями кредитования.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Протасов Д.Н.* Развитие модели кредитно-инвестиционных ресурсов промышленного предприятия // Вопр. современной науки и практики. Ун-т им. В.И. Вернадского. 2009. № 1. С. 231-238.

Поступила в редакцию 10 ноября 2012 г.

Protasov D.N. DYNAMICAL MODEL OF ENTEPRISES DEVELOPMENT STRATEGIES WITH USING DIFFERENT FINANCIAL INSTRUMENTS

The economic and mathematical models enabling to study the dynamics of industrial enterprise growth based on the preferred investment strategies are considered.

*Key words*: growth dynamics; error in differential equation solution; economic and mathematical model.

УДК 517. 958

# О ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ $B$–ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА С ОСОБЕННОСТЯМИ ПО НЕСКОЛЬКИМ ПЕРЕМЕННЫМ В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

**© А. Ю. Сазонов, Ю. Г. Фомичева**

*Ключевые слова*: задача Дирихле; $B-$эллиптический оператор; интеграл Пуассона.

Рассматривается задача Дирихле в ограниченной области для $B-$эллиптического оператора второго порядка с постоянными коэффициентами, имеющего особенности по нескольким переменным. Приведено решение задачи в виде интеграла Пуассона.

Пусть $\mathbb{R}^{n+m}$ действительное евклидово пространство точек $x=(x_1,\ldots,x_{n+m})$; $\Omega^+$ — область, ограниченная гиперплоскостями $x_{n+1}=0,\ldots,x_{n+m}=0$ и сферой $S_R$ с центром в точке 0 и радиуса $R$; $\Gamma^+$ — часть границы $\Omega^+$, расположенная в области $x_{n+1}>0,\ldots,x_{n+m}>0$.

В работе рассматривается задача Дирихле вида:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x_{n+1}^2}+\frac{k_1}{x_{n+1}}\frac{\partial u}{\partial x_{n+1}}+\ldots+\frac{\partial^2 u}{\partial x_{n+m}^2}+\frac{k_m}{x_{n+m}}\frac{\partial u}{\partial x_{n+m}}=0,\quad x\in\Omega^+;\tag{1}$$

$$u|_{\Gamma^+}=\varphi(x),\quad \left.\frac{\partial u}{\partial x_j}\right|_{x_j=0}=0,\quad k_i>0,\quad i=1,2,\ldots,m,\quad j=n+1,\ldots,n+m.\tag{2}$$

Решение задачи (1)–(2) определяется методом работ [1], [2] и выражается интегралом типа Пуассона:

$$u(x)=B_k\int\limits_{\Gamma^+}\varphi(\xi)(R^2-|x|^2)T_{\xi_{n+1}}^{x_{n+1}}\ldots T_{\xi_{n+m}}^{x_{n+m}}r^{-n-m-k_1-\ldots-k_m}\xi_{n+1}^{k_1}\ldots\xi_{n+m}^{k_m}d_\xi\Gamma,\tag{3}$$

где $r=\sqrt{(\xi_1-x_1)^2+\ldots+(\xi_n-x_n)^2+\xi_{n+1}^2+\ldots+\xi_{n+m}^2}$; $B_k$ — const; $T_{\xi_i}^{x_i}$ — оператор обобщенного сдвига [3]:

$$T_{\xi_i}^{x_i}f(\xi_i)=C_{k_i}\int\limits_0^\pi f\left(\sqrt{\xi_i^2+x_i^2-2\xi_i x_i\cos\alpha}\right)\sin^{k_i-1}\alpha d\alpha;\qquad C_{k_i}=\frac{\Gamma\left(\frac{k_i+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{k_i}{2}\right)}.\tag{4}$$